

Determinantes - 1

1.1 Definição

Determinante é um número real que se associa a uma matriz quadrada.

Seja A uma matriz de ordem n desse conjunto. Chamamos determinante da matriz A (e indicamos por $\det A$) o número que podemos obter operando todos os elementos da matriz.

1.2 Determinante de uma matriz quadrada de 2ª ordem

Dada a matriz de 2ª ordem $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, chama-se determinante associado a matriz A (ou determinante de 2ª ordem) o número real obtido pela diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária.

Então, determinante de $A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

Indica-se $\det A = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

Dada a matriz $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, de ordem 2, por definição o determinante associado a M, de 2ª ordem, é dado por:

$$\det M = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Portanto, o determinante de uma matriz de ordem 2 é dado pela diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e o produto dos elementos da diagonal secundária. Veja o exemplo a seguir.

Sendo $M = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$, temos:

$$\det M = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - 4 \cdot 3 = 10 - 12 \Rightarrow \det M = -2$$

Exemplo:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\det A = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 4 = 2 - 12$$

$$\det A = -10$$

Exemplos:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 3 \cdot 2 - 7 \cdot 5$$

$$\det A = 6 - 35$$

$$\det A = -29$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 3 \cdot 4 - 8 \cdot 1$$

$$\det A = 12 - 8$$

$$\det A = 4$$

Observação: Dada a matriz **A** de ordem 1, define-se como determinante de **A** o seu próprio elemento, isto é:

$$\det A = |A| = a_{11}$$

Sugestão de videoaulas:

Introdução aos determinantes: episódio 1. Disponível em: www.youtube.com/watch?v=I7sCB-c4tGs

“O segredo do sucesso é a constância da caminhada diária, rumo ao seu propósito.”